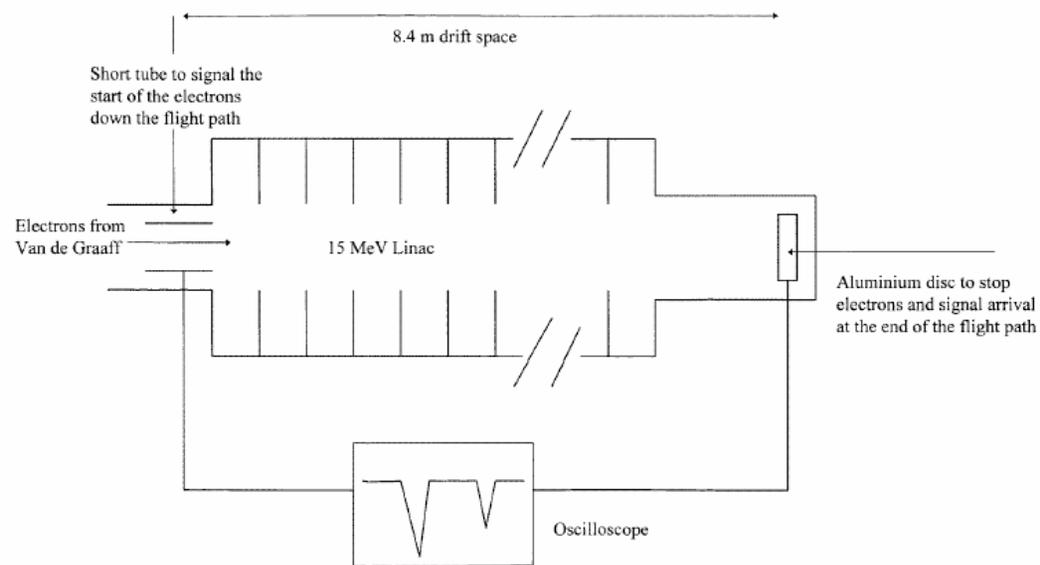




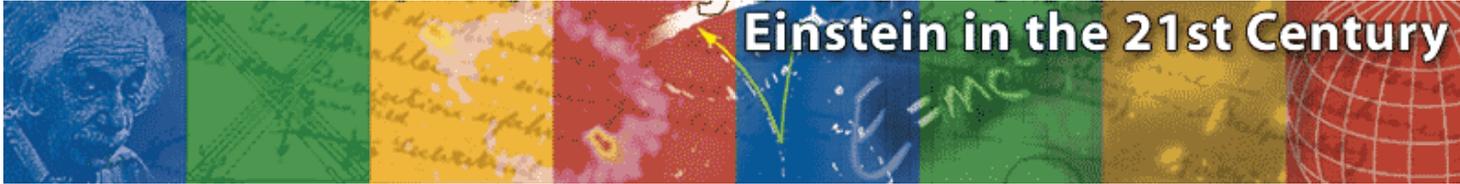
- **La massima velocità raggiungibile**
- **$E=mc^2$**
- **Il principio di relatività e i problemi della meccanica classica)**
- **La relatività ristretta di Einstein**
- **Energia e quantità di moto relativistiche**
- **Applicazioni al mondo delle particelle elementari**



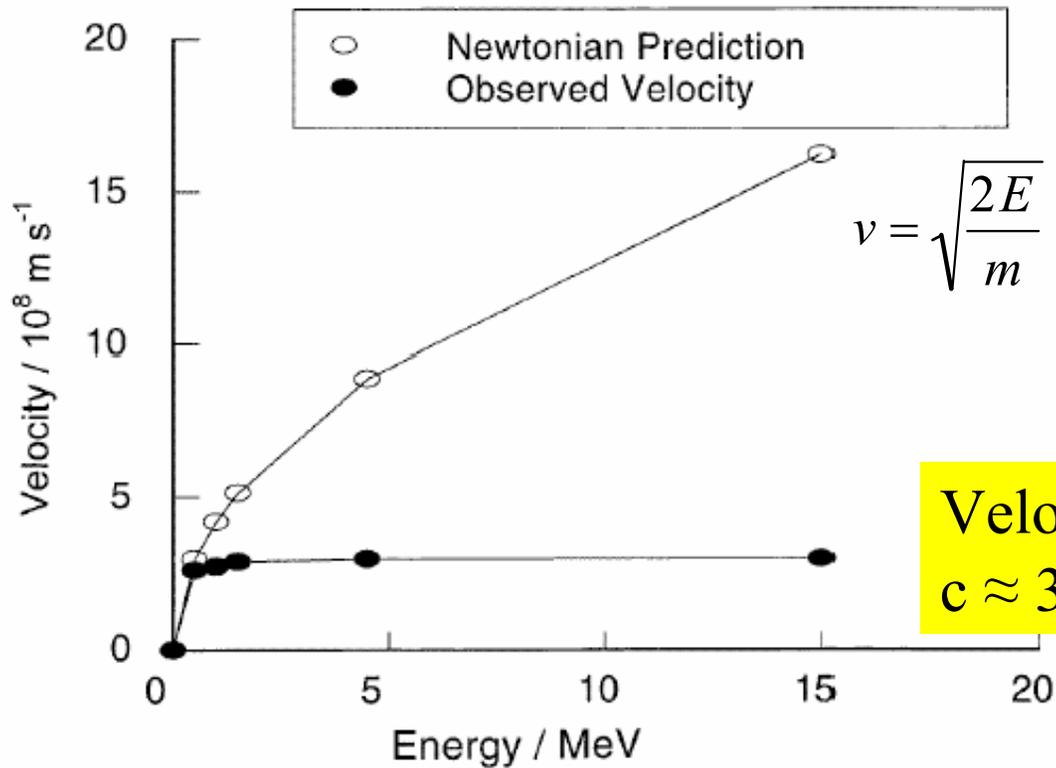
Il cannone elettronico



$$\text{Velocità} = \text{distanza} / \text{tempo}$$



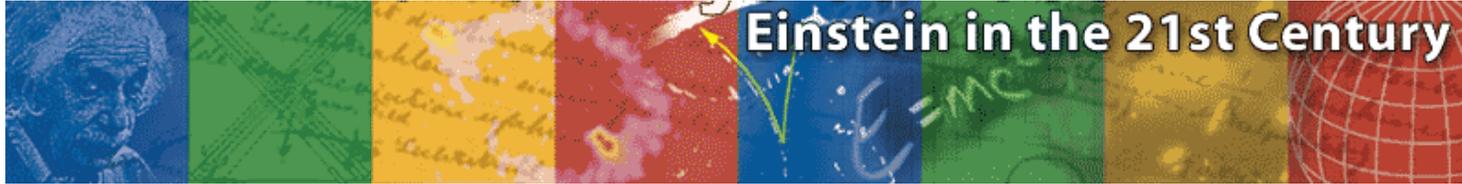
Observed and Predicted Velocities



Vale solo per piccole v

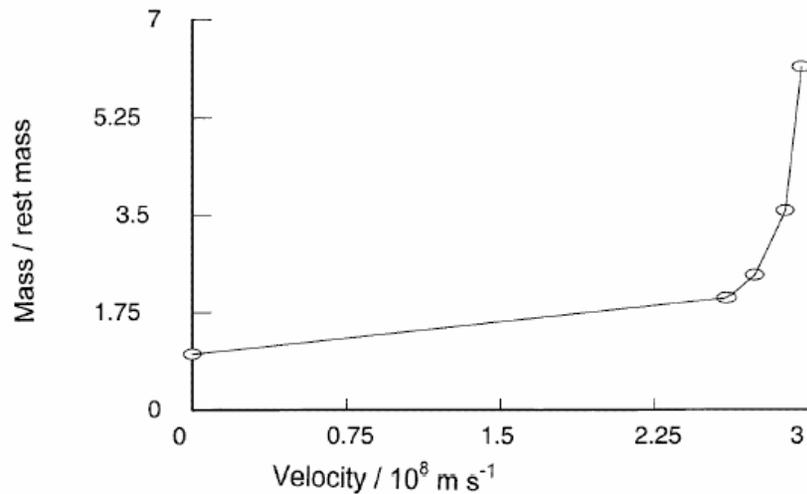
Velocità limite = c !!
 $c \approx 3 \bullet 10^8 \text{ m/s}$

Ma allora è tutta fatica sprecata?
No, quello che conta è la ...



Quantità di moto

$$P = m v$$



La massa aumenta con la velocità!



Liceo Scientifico "E. Fermi", Padova, 21/2/2008

Massimo Pietroni



La scatola di Einstein

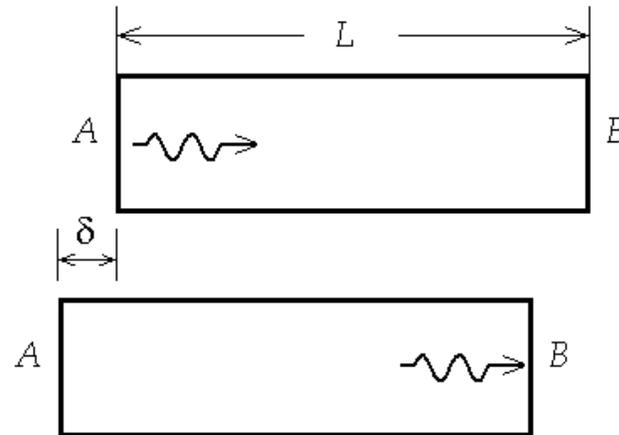


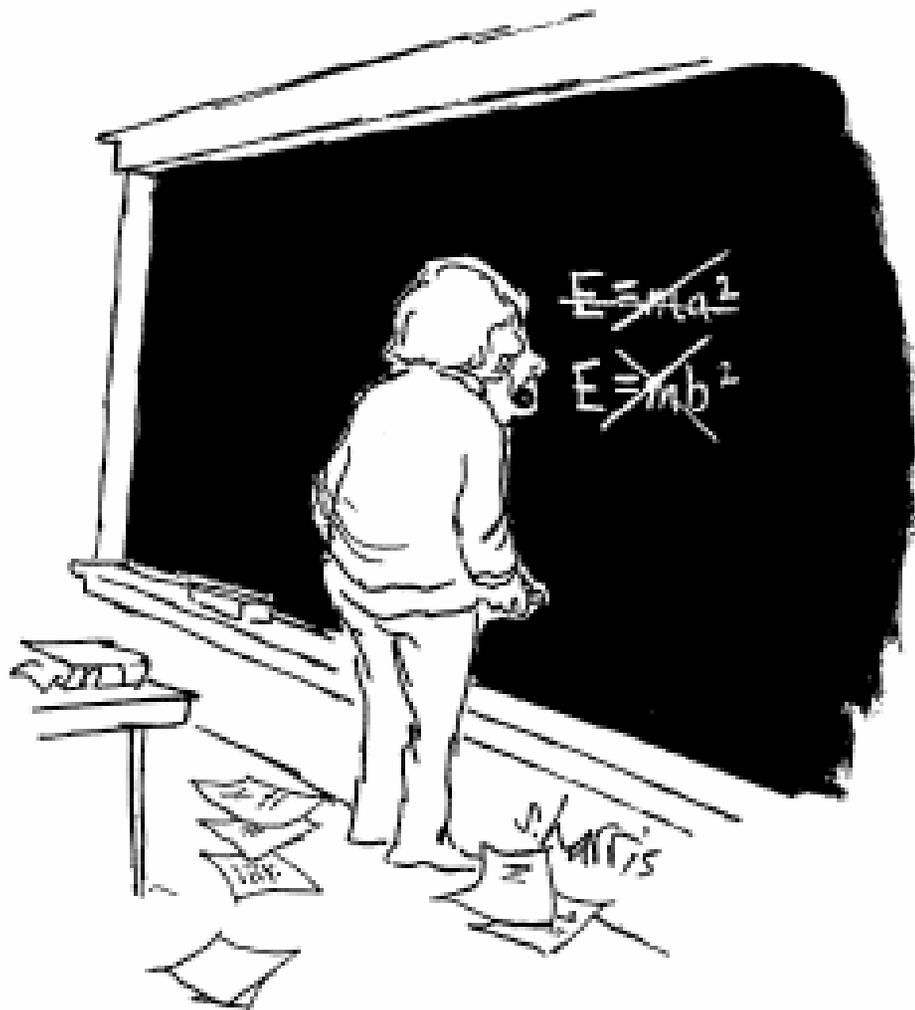
Fig. 1

Luce: $p = E/c$
 Massa?

Quantità di moto: $p - P = E/c - M v = E/c - M \delta / t = 0$

Il baricentro rimane fermo: $M \delta - m L = 0$

$$m = E / c^2, \quad E = m c^2$$



Liceo Scientifico "E. Fermi", Padova, 21/2/2008

Massimo Pietroni



Equivalenze tra massa ed energia



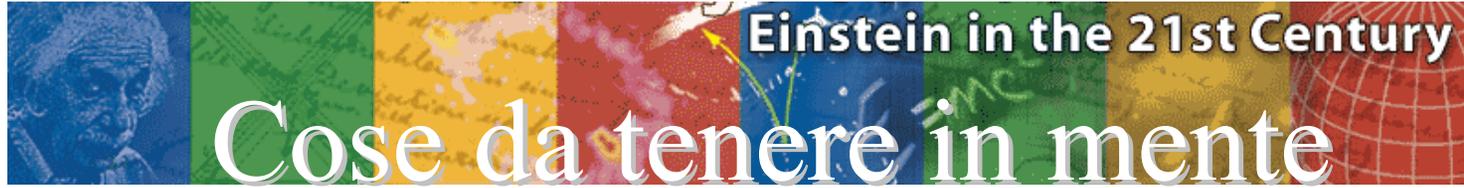
$$\Delta M = 4M_p - M_{\text{he}} - 2M_e - 2M_\nu = 4.7227 \times 10^{-29} \text{ kg}$$

$$E = \Delta M c^2 \quad \text{il sole perde 4.5 milioni tonnellate/ sec}$$

QuickTime™ and a
TIFF (LZW) decompressor
are needed to see this picture.



Consumo di una città da un milione
di abitanti: 1 g/ giorno



- 1) Esiste una velocità limite = velocità della luce = c
- 2) La massa aumenta con la velocità
- 3) Energia e massa sono la stessa cosa



Un esperimento di relatività:

“Rinserratevi con qualche amico nella maggior stanza che sia **sotto coverta di un gran navilio**, e quivi fate d’aver **mosche, farfalle e simili animaletti volanti**; siavi anco un gran vaso d’acqua, e dentrovi de’ **pescetti**; sospendasi anco in alto qualche **secchiello**, che a goccia a goccia vadia versando dell’acqua in un altro vaso di angusta bocca, che sia posto in basso: e stando ferma la nave, osservate diligentemente come **quelli animaletti volanti con pari velocità vanno verso tutte le parti della stanza**; i pesci si vedranno andar notando indifferentemente per tutti i versi; le stille cadenti entreranno tutte nel vaso sottoposto; e voi, **gettando all’amico alcuna cosa, non più gagliardamente la dovete gettare verso quella parte che verso questa**, quando le lontananze sieno eguali; e saltando voi, come si dice, a piè giunti, eguali spazi passerete verso tutte le parti.

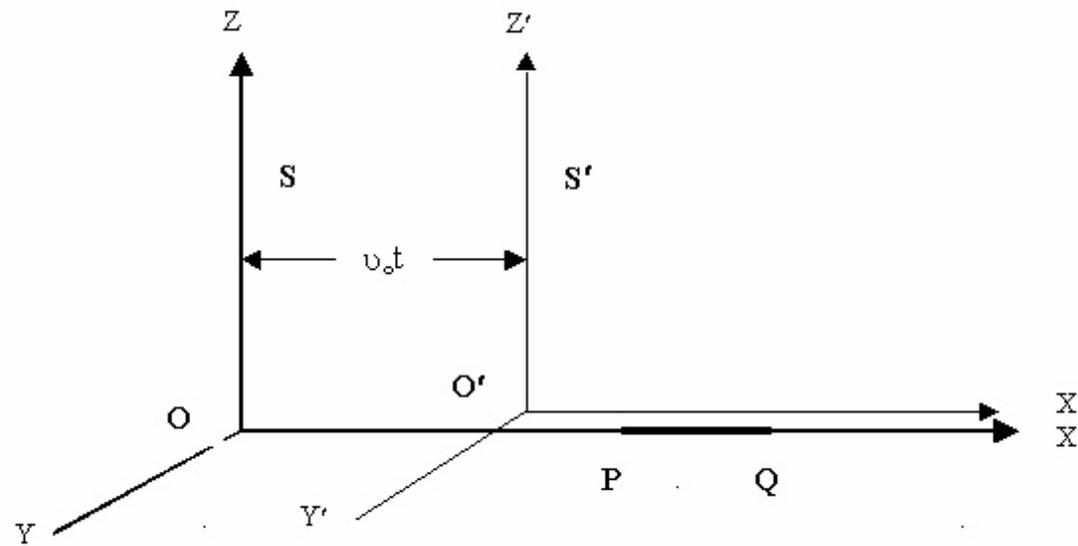
Osservate che avrete diligentemente tutte queste cose, benchè niun dubbio ci sia che mentre il vassello sta fermo non debbano succeder così, **fate muover la nave con quanta si voglia velocità**; che (pur che il moto sia uniforme e non fluttuante in qua e in là) voi non riconoscerete una minima mutazione in tutti li nominati effetti, né **da alcuno di quelli potrete comprendere se la nave cammina o pure stia ferma**”

Galileo Galilei, 1632

La velocità assoluta non esiste!



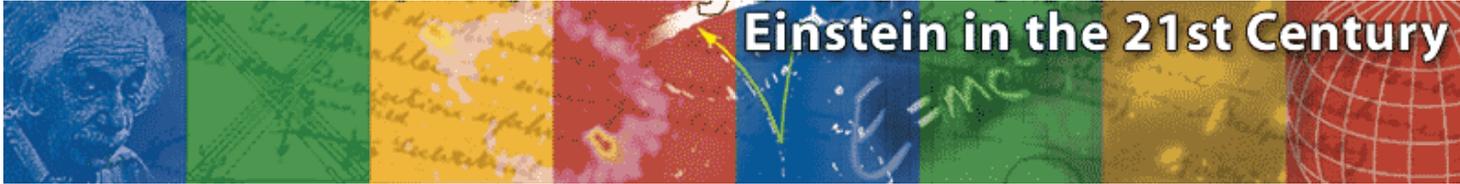
Trasformazioni di Galileo



$$\begin{aligned}x' &= x - v_0 t \\y' &= y \\z' &= z \\t' &= t\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}V_x' &= V_x - v_0 \\V_y' &= V_y \\V_z' &= V_z\end{aligned}$$



Relatività + Trasformazioni di Galileo

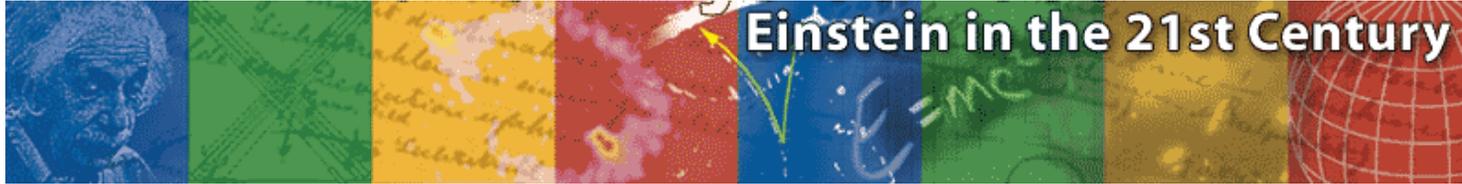
OK per Newton e per tutta la meccanica classica:

$$F = M a = M a' = F'$$

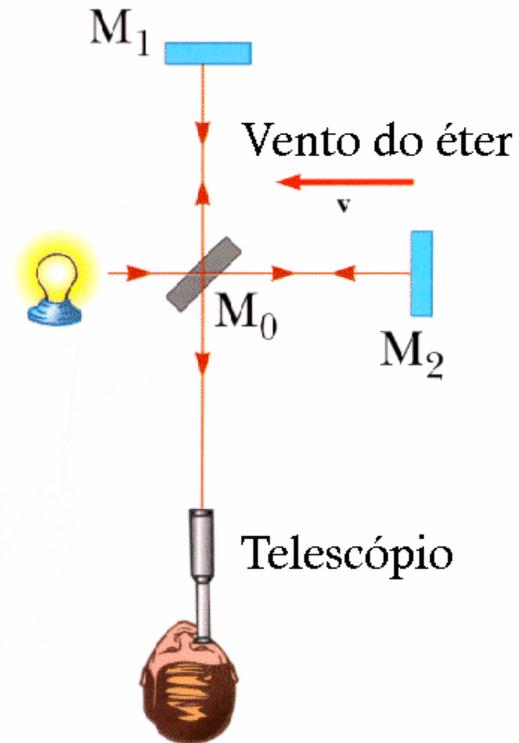
Entrano in crisi con l'elettromagnetismo
(J.C. Maxwell, 1868):

$$V_{em} = c$$

IN CHE SISTEMA DI RIFERIMENTO?!?



ETERE LUMINIFERO ?



Michelson - Morley (1887): non c'è nessun `vento do eter' !



Einstein in the 21st Century

La relatività di Einstein



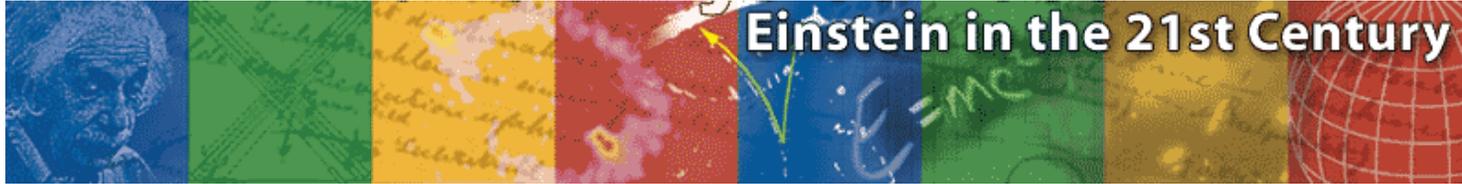
... e Lorentz, Poincaré...



Due postulati:

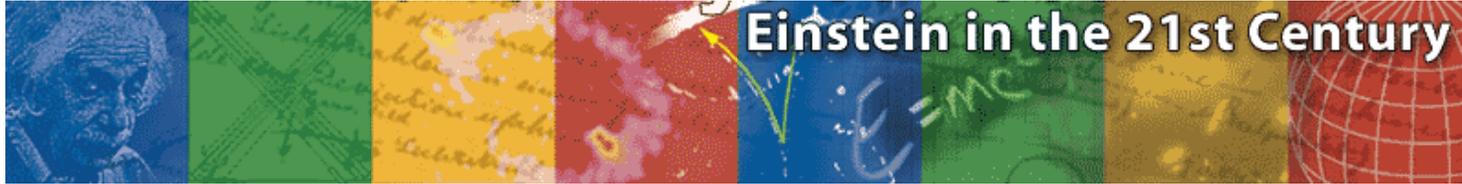
- 1) Principio di relatività vale non solo per la meccanica, ma anche per l'elettrodinamica;
- 2) La velocità della luce nel vuoto, c , non dipende dal moto della sorgente

... le trasformazioni di Galileo vanno riviste ... conseguenze `paradossali`



Un orologio a luce:

QuickTime™ and a
Animation decompressor
are needed to see this picture.



Dilatazione dei tempi

$$c t = (v^2 t^2 + L^2)^{1/2}$$

QuickTime™ and a
Animation decompressor
are needed to see this picture.

$$c t_0 = L$$

$t = t_0 / (1 - v^2/c^2)^{1/2}$ L'orologio in moto va più lentamente



Dilatazione dei tempi: il caso dei muoni atmosferici

- Muoni prodotti nell'alta atmosfera ($h \sim 10$ Km)
- decadono con vita media $\tau_0 = 2.2 \cdot 10^{-6}$ sec
- $c \tau_0 = 660$ m \ll h
- ma $c \tau = c \tau_0 / (1 - v^2/c^2)^{1/2}$ può essere \gg h!

I muoni raggiungono il mare grazie alla dilatazione relativistica dei tempi!



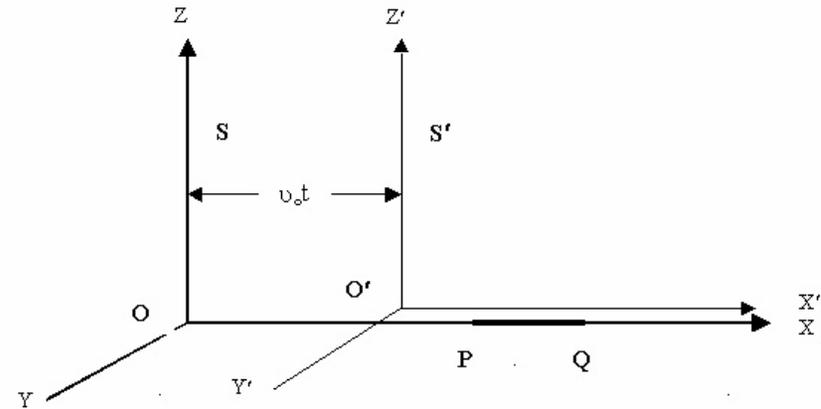
Le trasformazioni di Lorentz

$$x' = \gamma (x - v t)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma (t - x v/c^2)$$



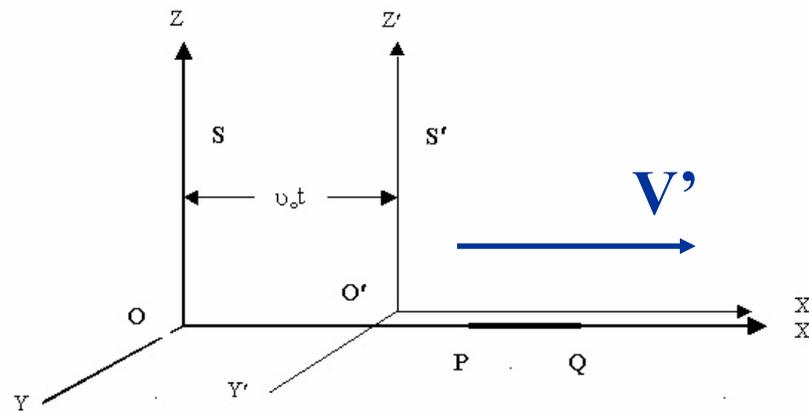
$$\gamma = 1/(1-v^2/c^2)^{1/2}$$

NB: 1) il tempo entra in gioco!

2) se $v \ll c$, $\gamma \sim 1$: Lorentz \sim Galileo



Come si sommano le velocità

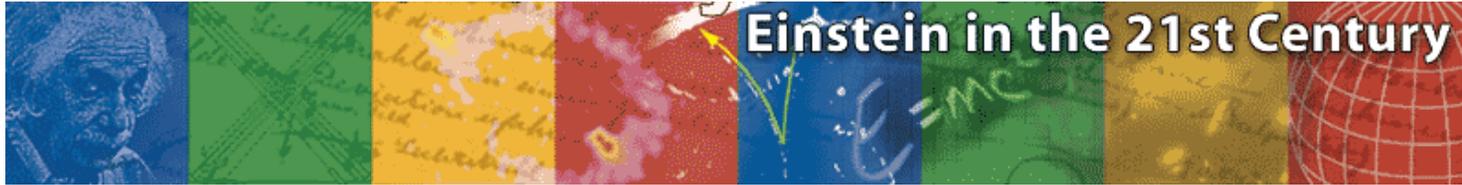


$$V = (V' + v_0) / (1 + V' v_0 / c^2)$$

NB: 1) Se $V', v_0 \ll c$, $V \sim V' + v_0$ (come Galileo)

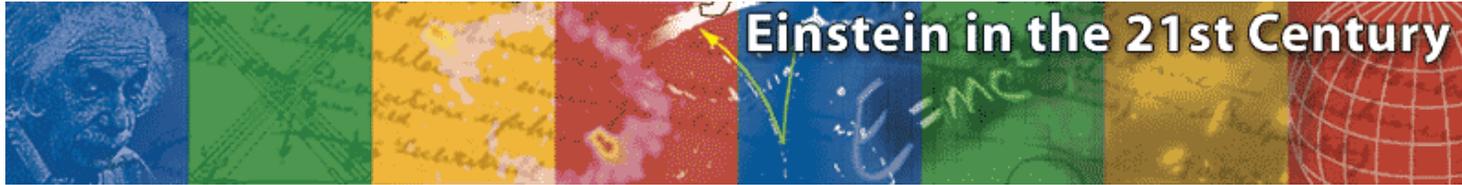
2) c è la velocità limite! Es: se $V' = v_0 = c \cdot 2/3$, $V = c \cdot 12/13$

3) c è la stessa in ogni riferimento: se $V' = c$, anche $V = c$!



Liceo Scientifico "E. Fermi", Padova, 21/2/2008

Massimo Pietroni



Einstein in the 21st Century



Liceo Scientifico "E. Fermi", Padova, 21/2/2008

Massimo Pietroni



Einstein in the 21st Century

Energia e quantità di moto



Newton: si conservano

$$M = m_1^0 + m_2^0 + \dots \quad \leftarrow \text{Massa}$$

$$P = m_1^0 v_1 + m_2^0 v_2 + \dots \quad \leftarrow \text{q. di moto}$$

$$T = \frac{1}{2} m_1^0 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2^0 v_2^2 + \dots \quad \leftarrow \text{Energia cinetica}$$



Einstein: si conservano

$$P = m_1 v_1 + m_2 v_2 + \dots$$

$$E = m_1 c^2 + m_2 c^2 + \dots$$

dove

$$m = \gamma m^0 = \frac{m^0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

m^0 è la “massa a riposo” della particella



Einstein in the 21st Century

Relazione energia-impulso



Le quantità importanti sono

$$E = m_0 \gamma c^2 = c \sqrt{|p|^2 + m_0^2 c^2}$$

e

$$p = m_0 \gamma v$$

Legate tra loro da

$$|p| = E \frac{v}{c^2}$$

Casi particolari:

- 1) $v \ll c$: $E \sim m_0 c^2 + 1/2 m_0 v^2 + \dots$ Limite non relativistico
- 2) $m_0 = 0$: $v = c$ le particelle a massa zero viaggiano a velocità c !



Einstein in the 21st Century

Creazione di massa



$$m_\gamma = 0$$



$$m_e^0 = 0.5 \text{ MeV}/c^2$$

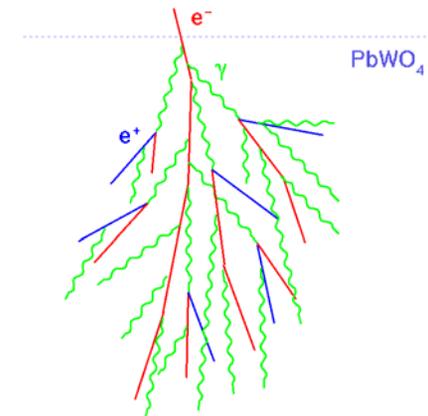
(a riposo)

Nel centro di massa: $P = 0 = p_{\gamma 1} + p_{\gamma 2} = p_{e^+} + p_{e^-}$

$$E_{\gamma 1} = E_{\gamma 2} \quad E_{e^+} = E_{e^-}$$

$$E_\gamma = E_e = c \sqrt{|p_e|^2 + m_e^0{}^2 c^2} \geq m_e^0 c^2$$

Il processo può avvenire
se l'energia dei fotoni è $> m_e^0 c^2$





Decadimento di una particella

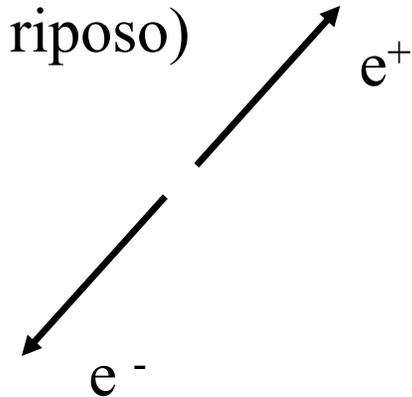
$$Z^0 \rightarrow e^+ e^-$$

$$M_Z = 91 \text{ GeV}/c^2$$

(a riposo)

(nel riferimento della Z^0):

$$P_Z = 0 = p_{e^+} + p_{e^-}$$



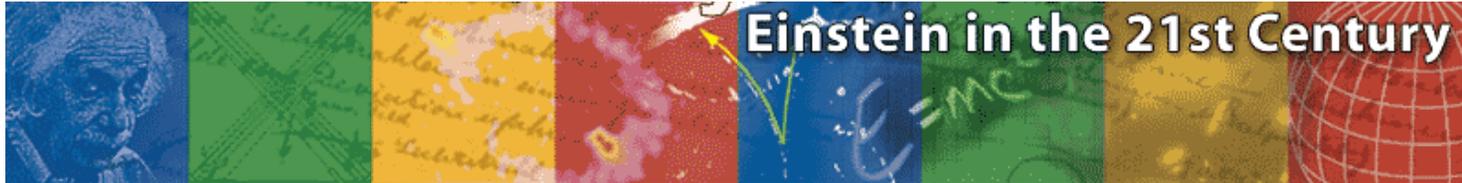
$$E_Z = M_Z c^2 = \sqrt{|p_{e^+}|^2 c^2 + m_e^2 c^4} + \sqrt{|p_{e^-}|^2 c^2 + m_e^2 c^4} = 2\sqrt{|p_e|^2 c^2 + m_e^2 c^4}$$

I due elettroni vengono

Emessi in direzioni opposte

con q. di moto:

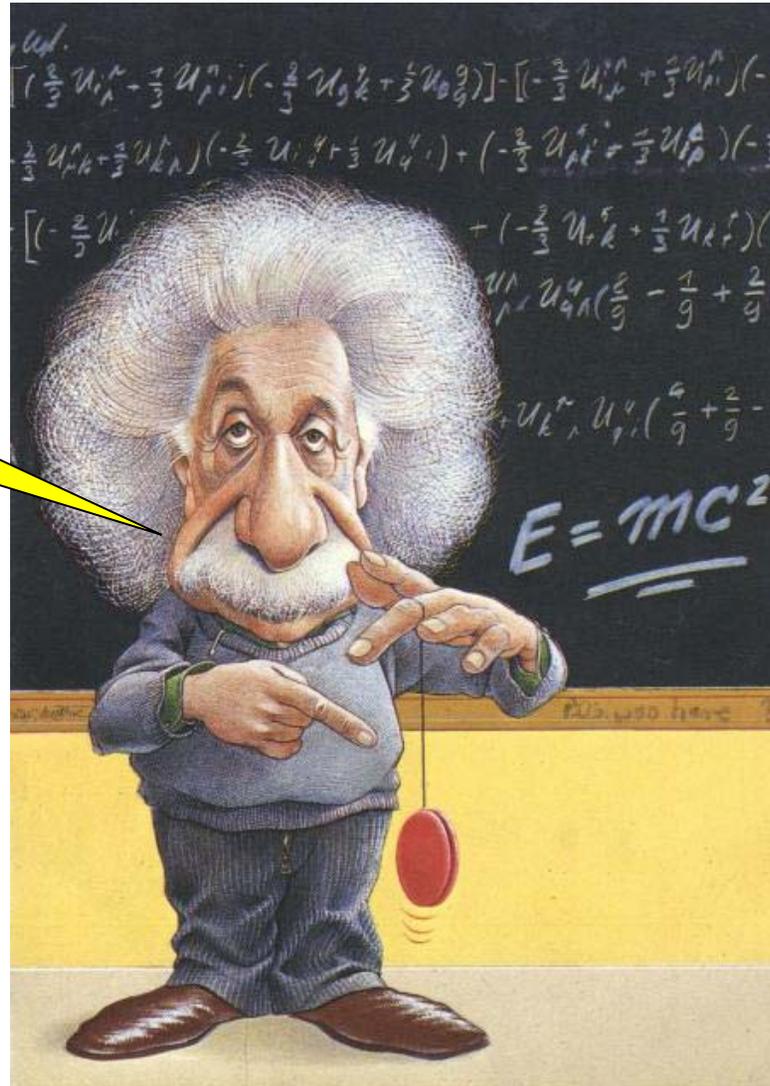
$$|p_e| = \frac{c}{2} \sqrt{M_Z^2 - 4m_e^2} \approx \frac{M_Z}{2} c \approx 45.5 \text{ GeV}/c$$



Einstein in the 21st Century



Adesso tocca
a voi!
Buon divertimento



Liceo Scientifico "E. Fermi", Padova, 21/2/2008

Massimo Pietroni